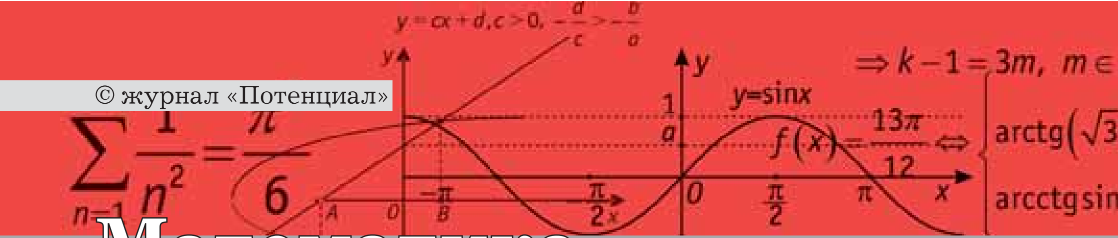

Андреев Николай Николаевич
Кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук

Калиниченко Михаил Александрович
Специалист по компьютерной графике.

Данная статья и соответствующий мультфильм, а также многие другие статьи, мультфильмы и миниатюры были созданы в рамках проекта «Математические этюды» Николаем Андреевым, Михаилом Калиниченко и Романом Кокшаровым.

С проектом «Математические этюды» можно ознакомиться в интернете по адресу http://etudes.ru/.

Круглый треугольник Рело

На рисунке 1 изображён проектор восьмимиллиметровой киноплёнки Луч-2. Именно он был в каждом доме, где сами снимали и смотрели киноэтюды.

Рис. 1

В этом этюде рассказывается, как геометрическое понятие, часто изучаемое на математических кружках, находит применение в нашей повседневной жизни.

Колесо... Окружность. Одним из свойств окружности является её постоянная ширина. Проведём две параллельные касательные и зафиксируем расстояние между ними. Начнём вращать колесо. Кривая (в нашем случае окружность) постоянно касается обеих прямых. Это и есть определение того, что замкнутая кривая имеет постоянную ширину.

Бывают ли кривые, отличные от окружности и имеющие постоянную ширину?

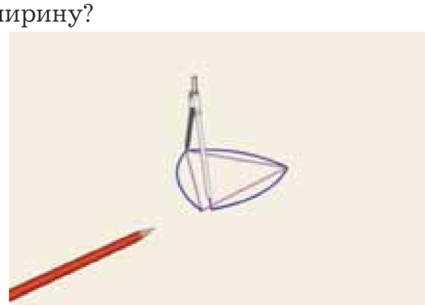

Рис. 2

Рассмотрим правильный треугольник (с равными сторонами) (рис. 2). На каждой стороне построим дугу окружности радиусом, равным длине стороны. Эта кривая и носит имя *«треугольник Рело»*. (Рело Франц (Reuleaux Franz, 1829–1905) – французский учёный. Впервые (1875) чётко сформулировал и изложил основные вопросы структуры и кинематики механизмов; разрабатывал проблему эстетичности технических объектов). Оказывается, она тоже является кривой постоянной ширины.

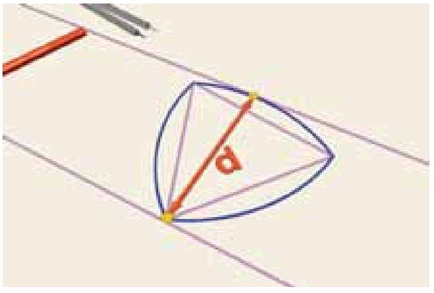

Рис. 3

Как и в случае с окружностью, проведём две касательные, зафиксируем расстояние между ними и начнём её вращать. Треугольник Рело постоянно касается обеих прямых. Действительно, одна точка касания всегда расположена в одном из «углов» треугольника Рело, а другая на противоположной дуге окружности. Значит, ширина всегда равна радиусу окружностей, т.е. длине стороны изначального правильного треугольника.

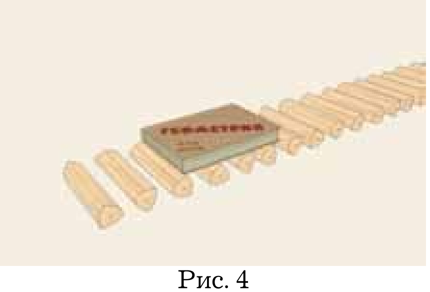

Рис. 4

В житейском смысле постоянная ширина кривой означает, что если сделать катки с таким профилем (рис. 4,5), то книжка будет катиться по ним, не испытывая тряски.

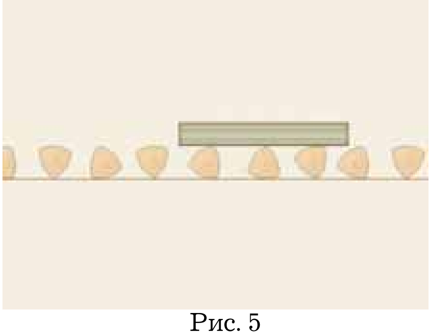

Рис. 5

Однако колесо с таким профилем сделать нельзя, так как центр такой фигуры описывает сложную линию при качении фигуры по прямой (рис. 6).

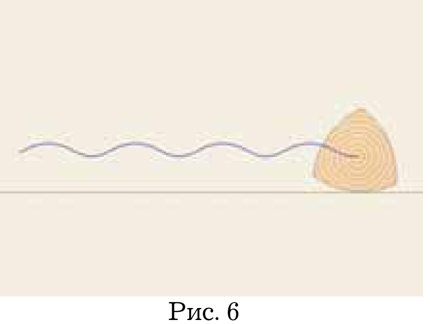

Рис. 6

Бывают ли какие-то ещё кривые постоянной ширины? Оказывается, их бесконечно много.

На любом правильном нечётном n-угольнике можно построить кривую постоянной ширины по той же схеме, что был построен треугольник Рело. Из каждой вершины как из центра проводим дугу окружности на противоположной вершине стороне (рис. 7).

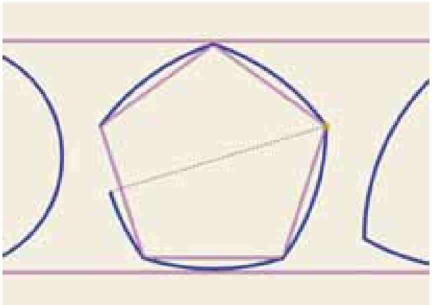

Рис. 7

В Англии монета в 20 пенсов имеет форму кривой постоянной ширины, построенной на семиугольнике (рис. 8).

Рис. 8

Приведённые выше кривые не исчерпывают весь класс кривых постоянной ширины. Оказывается, среди них бывают и несимметричные кривые. Рассмотрим произвольный набор пересекающихся прямых. Поработаем с одним из секторов. Проведём дугу окружности произвольного радиуса с центром в точке пересечения прямых, определяющих этот сектор. Возьмём соседний сектор, и с центром в точке пересечения прямых, определяющих его, проведём окружность. Радиус подбираем такой, чтобы уже нарисованный кусок кривой непрерывно продолжался (рис. 9). Будем так делать дальше. Оказывается, при таком построении кривая замкнётся и будет иметь постоянную ширину. Докажите это!

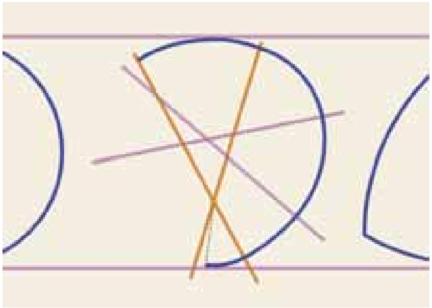

Рис. 9

Все кривые данной постоянной ширины имеют одинаковый периметр.

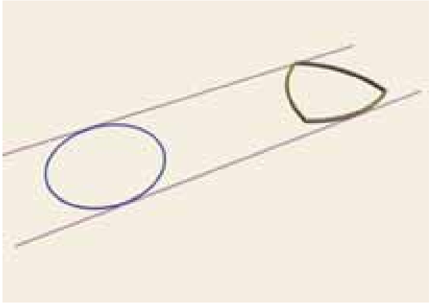

Рис. 10

Окружность и треугольник Рело выделяются из всего набора кривых данной ширины своими экстремальными свойствами. Окружность ограничивает максимальную площадь, а треугольник Рело – минимальную в классе кривых данной ширины.

Треугольник Рело часто изучают на математических кружках. Оказывается, что эта геометрическая фигура имеет интересные приложения в механике.

Рис. 11

На рисунке 11 Мазда RX-7. В отличие от большинства серийных машин в ней (а также в модели RX-8) стоит роторный двигатель Ванкеля. Как же он устроен внутри? В качестве ротора используется именно треугольник Рело! Между ним и стенка-

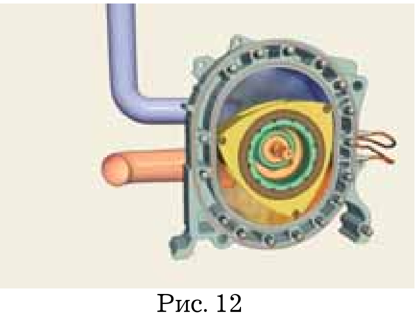

Рис. 12

ми образуются три камеры (рис. 12), каждая из которых по очереди является камерой сгорания. Вот впрыснулась синяя бензиновая смесь, далее из-за движения ротора она сжимается, поджигается и крутит ротор. Роторный двигатель лишён некоторых недостатков поршневого аналога – здесь вращение передаётся сразу на ось и не нужно использовать коленвал.

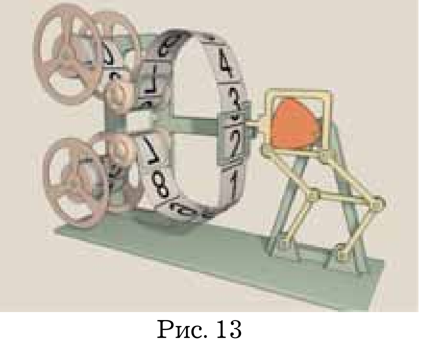

Рис. 13

На рисунке 13 изображён *грейферный механизм*. Он использовался в кинопроекторах. Двигатели дают равномерное вращение оси, а чтобы на экране было чёткое изображение, плёнку мимо объектива надо протянуть на один кадр, дать ей постоять, потом опять резко протянуть и так 18 раз в секунду. Именно эту задачу решает грейферный механизм. Он основан на треугольнике Рело, вписанном в квадрат, и двойном параллелограмме, который не даёт квадрату наклоняться в стороны. Действительно, т.к. длины противоположных сторон равны, то среднее звено при всех движениях остаётся параллельным основанию, а сторона квадрата – всегда параллельной среднему звену. Чем ближе ось крепления к вершине треугольника Рело, тем более близкую к квадрату фигуру описывает зубчик грейфера.

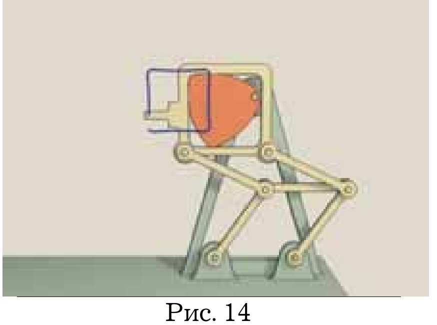

Рис. 14

Вот такие интересные применения, казалось бы, чисто математической задачи используют люди.

Литература

1. В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. Выпуклые фигуры. – М.-Л.: ГТТИ. 1951. 343 с.

2. Г. Радемахер, О. Теплиц. Числа и фигуры. – М.: Физматгиз. 1962. 263 с.